28 தரவுகளை வகைக்குறித்தலும் விளக்கமளித்தலும்

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- ✸ தொடர் தரவு, பின்னக தரவு என்பவற்றை அறிதல்
- ✸ தரப்பட்டுள்ள ஒரு தரவுத் தொகுதிக்கான மீடிறன் பரம்பலைத் தயாரித்தல்
- ✸ ஒரு மீடிறன் பரம்பலில் வகுப்பாயிடையின் எல்லை, உண்மை எல்லை, நடுப் பெறுமானம் என்பவற்றைக் காணல்
- ✸ ஒரு மீடிறன் பரம்பலின் ஆகார வகுப்பு, இடைய வகுப்பு என்பவற்றைக் காணல், இடையைக் கணித்தல்

என்னும் தேர்ச்சிகளை அடைவீர்கள்.

பாடசாலையிலுள்ள மாணவரின் எண்ணிக்கை, ஒரு புத்தகத்தின் நிறை, வீட்டிலிருந்து பாடசாலைக்கு உள்ள தூரம், பாடசாலைக்கு வருகை தர எடுக்கும் நேரம், நாம் விரும்பும் விளையாட்டுகள், ஒரு விற்பனை நிலையத்தில் கொள்வனவு செய்யும் பொருள்களின் வகைகள் போன்ற ஏதாயினும் ஒரு சந்தர்ப்பம் அல்லது செயல் தொடர்பாகத் தரவுகளைத் திரட்டிக் கொள்ளலாம். இத்தரவுகளில் சிலவற்றை நாம் எண்ணிக்கையில் குறிப்பிடலாம். சிலவற்றை அவ்வாறு செய்ய முடியாது. எண்ணிக்கையில் குறிப்பிடத்தக்க தரவுகள் பெறுமானத் தரவுகளாயிருப்பதுடன் அவற்றைத் தொடர்மாறி, பின்னகமாறி எனவும் வகைப்படுத்தலாம்.

28.1 எண் தரவு

எண் தரவு

- தொடர் தரவு
- பின்னகத் தரவு

(A) தொடர் தரவு

இரும்பினாலான ஒரு படலையை (Gate) தயாரிக்கும்போது விரயமாகிய பத்து இரும்புத் துண்டுகளின் நீளங்கள் (cm களில்) கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

5.2, 4.8, 6, 5, 4.7
4, 4.9, 5.5, 4.7, 4.8

இத்தரவுகளில் 4 cm , 6 cm என்பவற்றுக்கிடையில் முழு எண்கள் மாத்திரமன்றித் தசம எண்களும் உண்டு.

குறித்த முழு எண் பெறுமானங்களை மாத்திரமன்றி யாதாயினுமொரு வீச்சினுள் எந்தவொரு பெறுமானத்தையும் எடுக்கத்தக்க தரவுகள் **தொடர் தரவு** எனப்படும்.

உதாரணம்   1. ஓர் உயிரியின் ஆயுட்காலம்.
2. ஒரு வாழைக் குலையின் நிறை.
3. வகுப்பிலுள்ள மாணவர்களின் உயரம்.

(B) பின்னகத் தரவு

40 மாணவர்களைக் கொண்ட தரம் 9 வகுப்பு ஒன்றில் குறித்த ஒரு வாரத்தின் வரவு கீழேயுள்ள அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ளது.

வார நாட்கள்	திங்கள்	செவ்வாய்	புதன்	வியாழன்	வெள்ளி
வருகை தந்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	34	30	40	38	35

இங்கு வரவை 0 இற்கும் 40 இற்கும் இடையிலுள்ள ஒரு தசம எண்ணினால் அல்லது ஒரு பின்னத்தினால் குறிப்பிட முடியாதென்பதால் முழு எண் பெறுமானம் ஒன்றை மாத்திரமே உபயோகிக்க வேண்டுமென்பது தெளிவாகிறது.

இதற்கேற்ப எவையேனும் தரவுகள் யாதாயினும் பெறுமான வீச்சினுள் முழு எண் பெறுமானங்களை மட்டும் கொண்டிருக்குமாயின் அத்தரவுகள் **பின்னகத் தரவு** எனப்படும்.

உதாரணம்

i. தொழிற்சாலையில் பணிபுரியும் தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கை.
ii. ஒரு நூலகத்திலுள்ள புத்தகங்களின் எண்ணிக்கை.
iii. ஒரு வகுப்பிலுள்ள கதிரைகளின் எண்ணிக்கை.

பயிற்சி 28.1

கீழே தரப்பட்டுள்ள தரவுகளை தொடர் தரவு, பின்னகத் தரவு என வகைப்படுத்துக.

1. ஒரு நிறுவனத்துக்கு ஒரு நாளில் கிடைக்கும் தொலைபேசி அழைப்புகளின் எண்ணிக்கை.
2. ஒரு வகுப்பிலுள்ள பிள்ளைகளின் நிறைகள்.
3. ஒரு கிராமத்தில் வசிக்கும் குடும்பங்களின் எண்ணிக்கை.
4. ஒரு வங்கி முகாமையாளரின் மாதச் சம்பளம்.
5. ஒரு மாணவன் ஒரு நாளில் தொலைக்காட்சி பார்வையிடும் மணித்தியாலங்களின் எண்ணிக்கை.
6. ஓர் ஆண்டில் பல்கலைக்கழக அனுமதி பெறும் மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
7. ஒரு கிரிக்கற் போட்டியில் ஓர் அணியினர் பெற்றுக்கொள்ளும் ஓட்டங்கள்.
8. ஒரு மீனின் நிறை.
9. ஒரு பத்திரிகையிலுள்ள விளம்பரங்களின் எண்ணிக்கை.
10. க.பொ.த. சாதாரண தரப் பரீட்சையில் ஒரு மாணவன் பெற்றுக் கொள்ளக் கூடிய அதிவிசேட சித்திகளின் எண்ணிக்கை

28.2 கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடிறன் பரம்பல்

அறிமுகம்

நீங்கள் ஒரு மீடிறன் பரம்பலைத் தயாரிக்கும் முறைபற்றி முன்னர் கற்றுள்ளீர்கள். தரவுகளின் எண்ணிக்கை அதிகமாகும்போது கூட்டமாக்கப்படாத மீடிறன் பரம்பலைத் தயாரிப்பது சற்றுக் கடினமான ஒரு செயலாகும். இவ்வாறான சந்தர்ப்பங்களில் தரவுகளைக் குழுக்களாக்குதல் அல்லது கூட்டமாக்குதல் மூலம் மீடிறன் பரம்பல் தயாரிக்கப்படும் முறையைப் பற்றி ஆராய்வோம்.

குறித்த ஒரு பாடசாலையில் தரம் 9 இல் மூன்றாம் தவணைப் பரீட்சையில் கணித பாடத்திற்குத் தோற்றிய 50 மாணவர் பெற்றுக்கொண்ட புள்ளிகள் கீழே தரப்பட்டுட்டுள்ளன.

4, 12, 16, 20, 22, 25, 29, 30, 33, 35, 35, 37, 39, 41, 41, 43, 43, 43, 44, 45, 46, 48, 51, 52, 52, 52, 53, 54, 55, 55, 56, 57, 58, 59, 62, 63, 64, 65, 67, 68, 71, 74, 75, 75, 77, 81, 83, 86, 89, 95 இப்புள்ளிகளை வகுப்பாயிடைகளாக 10 கூட்டங்களாக வகுத்து அட்டவணைப்படுத்தலாம்.

வகுப்பு ஆயிடை புள்ளிகள் (1)	பரீட்சார்த்திகளின் எண்ணிக்கை (மீடிறன்) (2)
1 - 10	1
11 - 20	3
21 -30	4
(3) → 31 - 40	5
41 - 50	9
51 - 60	12
61 - 70	6
71 - 80	5
81 - 90	4
81 - 100	1
	50

இப்பரம்பலில் நிரல் (1) இன் மூலம் சகல பரீட்சார்த்திகளும் பெற்றுக் கொண்ட புள்ளிகள் (1 - 100 இடையில்) சமனான ஆயிடைகளான கூட்டங்களாக்கிக் (வகுப்புகளாக்கி) காட்டப்பட்டுள்ளன. இது புள்ளிவிவரவியலில் **வகுப்பாயிடை நிரல்** எனப்படும்.

நிரல் (2) இன் மூலம் ஒவ்வொரு வகுப்பாயிடையிலும் அமையும் எல்லைப் புள்ளிகளினுள் புள்ளிகளைப் பெற்ற பரீட்சார்த்திகளின் எண்ணிக்கைகள் காட்டப்பட்டுள்ளன. புள்ளிவிவரவியலில் வகுப்பாயிடைக்கு ஒத்ததான புள்ளிகளின் தடவைகளைக் காட்டும் நிரல், **மீடிறன் நிரல் (*f*)** எனப்படும்.

நிரை (3) இன் மூலம் காட்டப்படுவது பரம்பலின் நான்காவது வகுப்பாயிடையாகும். இங்கு 31 தொடக்கம் 40 வரை புள்ளிகளைப் பெற்ற பரீட்சார்த்திகள் 5 பேர் உள்ளனர் என்பது தெளிவாகும். இவ்வகுப்பின் பருமன் 10 ஆகும்.

யாதாயினுமொரு பெரிய தரவுப் பரம்பலிலிருந்து வகுப்பாயிடைகள், அவற்றுக்கு இணையான மீடிறன்கள் என்பவற்றை உள்ளடக்கித் தயாரிக்கப்படும் அட்டவணை கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடிறன் பரம்பல் எனப்படும்.

பெரிய தரவுப் பரம்பல் ஒன்றைக் கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடிறன் பரம்பலில் காட்டுவதன் மூலம் தரவுகளைத் தொடர்பாடல் செய்வதும், எண்ரீதியான கணித்தல்களைச் செய்வதும் பல்வேறு முடிவுகளுக்கு வருவதும் இலகுவாகின்றது.

கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடிறன் பரம்பல் ஒன்றைத் தயாரிப்பதற்கு முதலில் தரவுகளின் வீச்சை அறிந்துகொள்ள வேண்டும்.

(தரப்பட்டுள்ள தரவுகளில் மிகக் கூடிய, மிகக் குறைந்த பெறுமானங்களுக்கிடையிலுள்ள வித்தியாசம் வீச்சு எனப்படும்.)

பின்னர் - பொருத்தமான வகுப்பாயிடைகளை வேறாக்கிக் கொள்வதற்காகக் கீழே காட்டப்பட்டுள்ள இரண்டு முறைகளில் ஒன்றைப் பயன்படுத்தலாம்.

முறை 1 - வகுப்பாயிடைகளின் எண்ணிக்கையை முதலில் தீர்மானித்து அதிலிருந்து வகுப்பின் பருமனைக் காணல்.

உதாரணம்

தரவுகளின் வீச்சு 55 ஆயின் 8 வகுப்பாயிடைகளாக எழுதத் தீர்மானிப்பின்,

$$\text{ஒரு வகுப்பின் பருமன்} = \frac{\text{வீச்சு}}{\text{வகுப்பாயிடைகளின் எண்ணிக்கை}}$$

$$= \frac{55}{8} = 6.82$$

$\therefore$ வகுப்பின் பருமன் அண்ணளவாக 7 எனப் பெறப்படும்.

முறை 2 - முதலில் வகுப்பின் பருமனைத் தீர்மானித்துப் பின்னர் வகுப்பாயிடைகளின் எண்ணிக்கையைக் காணல்.

உதாரணம்

வகுப்பின் பருமன் 10 எனத் தீர்மானிக்கப்படின்,

$$\text{தேவையான வகுப்பாயிடைகளின் எண்ணிக்கை} = \frac{\text{வீச்சு}}{\text{வகுப்பின் பருமன்}}$$

$$= \frac{55}{10}$$

$$= 5.5$$

∴ வகுப்பாயிடைகளின் எண்ணிக்கை அண்ணளவாக 6 ஆகும்.

> ஒரு மீடிறன் பரம்பலில் வகுப்பாயிடைகளின் எண்ணிக்கை 7 இற்கும் 10 இற்கும் இடையிலிருப்பது மிகப் பொருத்தமானது.

இறுதியாக - வகுப்பாயிடைகளாக்கிய பின்னர் எல்லாத் தரவுகளையும் வரவுக் குறிகளைப் பயன்படுத்தி உரிய வகுப்பாயிடைகளின் எதிரே குறித்து அவ்வகுப்புகளில் தரவுகள் இடப்படும் தடவைகளின் எண்ணிக்கையைப் பெற்றுக் கொள்ளலாம். இவ்வாறு வகுப்பாயிடைகளின் எதிரே தரவுகள் இடப்படும் தடவைகளின் எண்ணிக்கையைக் காட்டுவதன் மூலம் ஒரு கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடிறன் பரம்பலைத் தயாரித்துக்கொள்ளலாம்.

உதாரணம் 28.1

கீழே குறித்தவொரு பாடசாலையில் கணித பாடப் பரீட்சைக்குத் தோற்றிய 50 மாணவர் பெற்ற புள்ளிகள் காட்டப்பட்டுள்ளன.

59	65	57	76	70	53	62	62	51	42
55	62	53	37	61	48	54	58	68	52
42	56	40	49	64	54	58	38	68	56
51	33	65	73	56	52	40	54	55	56
59	45	56	57	56	65	43	48	63	51

(i) இத்தரவுத் தொகுதியின் மிகக் குறைந்த பெறுமானம் யாது?
(ii) இத்தரவுத் தொகுதியின் மிகக் கூடிய பெறுமானம் யாது?
(iii) தரவுத் தொகுதியின் வீச்சைக் காண்க.
(iv) வகுப்பாயிடைகளின் எண்ணிக்கையை 7 எனக்கொண்டு வகுப்பின் பருமனைக் காண்க.
(v) வரவுக் குறிகளைப் பயன்படுத்தித் தரவுகளை உள்ளடக்கிய கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடிறன் பரம்பல் ஒன்றைத் தயாரிக்க.

(i) மிகக் குறைந்த பெறுமானம் = 33
(ii) மிகக் கூடிய பெறுமானம் = 76
(iii) தரவுகளின் வீச்சு 76 - 33 = 43
(iv) வகுப்பின் பருமன் $= \frac{43}{7} = 6.14$

வகுப்பின் பருமனை 6.14 இன் பின்னர் வரும் நிறைவெண் பெறுமானமாகிய 7 எனக்கொள்ளலாம்.

இலவச விநியோகத்திற்காக

இப்போது பின்வருமாறு மீடிறன் பரம்பலைத் தயாரிக்கலாம்.

வகுப்பாயிடை	வரவுக்குறி	மீடிறன் (f)
32 - 38	///	03
39 - 45	𝍸 /	06
46 - 52	𝍸 ///	08
53 - 59	𝍸 𝍸 𝍸 ////	19
60 - 66	𝍸 𝍸	10
67 - 73	///	03
74 - 80	/	01

பயிற்சி 28.2

1. குறித்தவொரு வீடமைப்புத் திட்டத்தில் வசிக்கும் 70 குடியிருப்பாளர்களின் மாதாந்த மின்பாவனை அலகுகளின் எண்ணிக்கை தொடர்பாகப் பெறப்பட்ட தரவுகள் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளன. இத்தரவுகளைப் பயன்படுத்தி வகுப்பின் பருமன் 70-79, 80-89, 90-99 ...... எனக் கொண்டு கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடிறன் பரம்பல் ஒன்றைத் தயாரிக்க.

71	86	81	70	78	81	85	84	76	72
86	87	89	89	84	87	88	94	101	104
91	102	103	111	115	112	105	108	109	116
116	129	130	119	107	109	106	108	109	106
107	121	106	107	124	105	105	104	108	126
98	96	97	86	87	84	94	94	92	93
89	89	98	99	97	93	91	87	88	98

2. ஒரு தபால் காரியாலயத்திலிருந்து அனுப்பப்பட்ட தந்திகளில் உள்ளடங்கியிருந்த சொற்களின் எண்ணிக்கை பற்றிச் செய்யப்பட்ட ஆய்வொன்றில் பின்வரும் தகவல்கள் பெறப்பட்டன.

19	23	7	12	15	21	19	26	28	29
16	17	20	19	26	22	24	8	18	17
20	31	33	23	24	34	35	28	27	36
34	30	26	29	25	26	24	25	20	18
21	20	22	18	17	25	25	24	23	27

   i. தந்தி ஒன்றிலிருந்த சொற்களின் குறைந்த எண்ணிக்கையையும் கூடிய எண்ணிக்கையையும் எழுதுக.
   ii. இத்தரவுகளுக்கான வீச்சைக் காண்க.
   iii. இத்தரவுகளைக் கொண்டு ஒரு வகுப்பின் பருமன் ஐந்து சொற்களைக் கொண்ட வகுப்பாயிடைகளையுடைய கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடிறன் பரம்பல் ஒன்றைத் தயாரிக்க.

3. ஒரு முதியோர் விடுதியில் இருக்கும் முதியோரின் வயதுகள் (வருடங்களில்) பற்றித் திரட்டப்பட்ட தகவல்கள் பின்வருமாறு,

60	70	68	66	73	80	68	76	68	79
74	52	74	68	68	61	65	62	67	74
66	68	68	69	69	64	57	60	68	67
77	82	65	71	72	60	63	70	70	69
74	65	64	72	84	64	58	59	73	88

மேலேயுள்ள எல்லாத் தரவுகளும் உட்படுமாறு பொருத்தமான சமனான பருமனையுடைய வகுப்புகளைக் கொண்ட கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடிறன் பரம்பல் ஒன்றைத் தயாரிக்க.

4. இலங்கையின் பல்வேறு பிரதேசங்களில் அமைந்துள்ள பிரதான அரச வங்கி ஒன்றின் 50 கிளைகளில் குறித்த ஒரு தினத்தில் கொடுக்கல் வாங்கல் செய்தோரின் எண்ணிக்கைகள் பற்றிய விவரம் பின்வருமாறு,

98	70	60	53	69	100	117	48	67	79
109	73	81	102	88	69	88	88	76	96
63	90	88	73	76	96	70	76	104	84
94	87	93	108	64	94	85	112	73	63
49	118	58	64	68	73	76	54	84	45

எல்லா வாடிக்கையாளர்களும் உள்ளடங்கும் வகையில் சமனான பருமனையுடைய 8 வகுப்பாயிடைகளைக் கொண்ட கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடிறன் பரம்பல் ஒன்றைத் தயாரிக்க.

28.3 வகுப்பின் எல்லை, உண்மை எல்லை, வகுப்பின் நடுப் பெறுமானம்

வகுப்பாயிடை	மீடிறன்
32 - 38	03
39 - 45	06
46 - 52	08
53 - 59	19
60 - 66	10
67 - 73	03
74 - 80	01

தரப்பட்டுள்ள கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடிறன் பரம்பலின் மீது கவனத்தைச் செலுத்தி ஒரு மீடிறன் பரம்பலின் வகுப்பின் எல்லை, உண்மை எல்லை, வகுப்பின் நடுப் பெறுமானம் என்பன பற்றிக் கற்போம்.

(A) வகுப்பின் எல்லை

ஒரு பரம்பலின் ஏதேனுமொரு வகுப்பாயிடையின் உயர்ந்த பெறுமானம் அவ்வகுப்பின் மேல் எல்லை எனவும் குறைந்த பெறுமானம் கீழ் எல்லை எனவும் அழைக்கப்படும்.

மேலேயுள்ள பரம்பலின் 46 - 52 வகுப்பாயிடையைக் கருதும்போது

(46) - (52)

↑ கீழ் எல்லை ↑ மேல் எல்லை

(B) உண்மை எல்லை

தொடர் மாறி ஒன்றின் பெறுமானங்களை வகுப்பாயிடைகளாகப் பிரிக்கும்போது வகுப்பாயிடைகள் ஒன்றுடனொன்று தொடர்புடையனவாக இருக்க வேண்டும். இங்கு வகுப்புகளுக்கிடையில் இடைவெளி இருப்பது பொருத்தமற்றதாகும். எனவே வகுப்புகளுக்கிடையில் இடைவெளியுடன் தொடர் மாறிப் பரம்பல் ஒன்று தரப்பட்டுள்ளபோது இவ்வகுப்புகளுக்கிடையிடையுள்ள இடைவெளியை நீக்க வகுப்பின் உண்மை எல்லை பற்றிக் கவனத்தில் கொள்ள வேண்டும். இதற்கேற்ப ஏதேனுமொரு வகுப்பின் உண்மை எல்லையைப் பின்வருமாறு கணிக்கலாம்.

$$\text{கீழ் எல்லை} = \frac{\text{குறித்த வகுப்பின் கீழ் எல்லை} + \text{அதற்கு முந்திய வகுப்பின் மேல் எல்லை}}{2}$$

$$\text{மேல் எல்லை} = \frac{\text{குறித்த வகுப்பின் மேல் எல்லை} + \text{அதற்கு பிந்திய வகுப்பின் கீழ் எல்லை}}{2}$$

மேலே குறிப்பிட்ட பரம்பலின் வகுப்பு எல்லைகளுக்கு ஒத்த உண்மை எல்லைகள் பின்வருமாறு காட்டப்படும்.

வகுப்பு எல்லை		உண்மை எல்லை	
32 – 38		31.5 – 38.5	
39 – 45		38.5 – 45.5	
✸ 46 – 52	$\frac{45 + 46}{2}$ →	45.5 – 52.5	← $\frac{52 + 53}{2}$
53 – 59		52.5 – 59.5	
60 – 66		59.5 – 66.5	
67 – 73		66.5 – 73.5	
74 – 80		73.5 – 80.5	

✸ 46 – 52 வகுப்பின் எல்லை உண்மை எல்லையாக மாற்றப்பட்டுள்ள முறை மேலே காட்டப்பட்டுள்ளது.

(C) வகுப்பாயிடையின் நடுப் பெறுமானம் (x)

மேலே குறிப்பிட்ட எண் பரம்பலில் 46 - 52 வகுப்பாயிடையின் மீடிறன் (f) 08 ஆகும். 46 - 52 என்பவற்றுக்கிடையில் 08 தரவுகள் உள்ளன என்பது இதன் கருத்தாகும். ஆயினும் 08 இன் மூலம் குறிப்பிடப்படும் உண்மையான பெறுமானங்கள் இங்கு வெவ்வேறாக இல்லாததால் இவ்வகுப்பின் நடுப் பெறுமானம் மூலம் மீடிறனுக்கு ஒத்த பெறுமானம் குறிப்பிடப்படுகிறது.

இப்பெறுமானத்தையே வகுப்பாயிடையின் நடுப் பெறுமானம் என அழைக்கிறோம்.

✸ வகுப்பு எல்லைகளிலிருந்து ஒரு வகுப்பின் நடுப் பெறுமானம் $= \dfrac{\text{கீழ் எல்லை} + \text{மேல் எல்லை}}{\mathbf{2}}$

இதற்கேற்ப 46 - 52 வகுப்பின் நடுப்பெறுமானம் $= \dfrac{46+52}{2} = \dfrac{98}{2} = 49$

✸ உண்மை எல்லைகளிலிருந்து நடுப் பெறுமானம் $= \dfrac{\text{கீழ் எல்லை} + \text{மேல் எல்லை}}{2}$

45.5 - 52.5 எல்லையின் நடுப் பெறுமானம் $= \dfrac{45.5+52.5}{2} = \dfrac{98}{2} = 49$

இவ்வாறு 32 - 38 வகுப்பின் நடுப் பெறுமானம் 35 உம் 39 - 45 வகுப்பின் நடுப் பெறுமானம் 42 உம் 53 - 59 வகுப்பின் நடுப் பெறுமானம் 56 உம் ஆகும்.

பயிற்சி 28.3

1. ஒரு கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடிறன் பரம்பலின் வகுப்பாயிடைகளின் வகுப்பு எல்லைகள் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளன.

வகுப்பாயிடை	50 - 59	60 - 69	70 - 79	80 - 89	90 - 99
மீடிறன்	03	05	10	07	02

   i. 60 - 69 வகுப்பாயிடையின் கீழ் உண்மை எல்லையைக் காண்க.

   ii. 60 - 69 வகுப்பாயிடையின் மேல் உண்மை எல்லையைக் காண்க.

   iii. 60 - 69 வகுப்பாயிடையின் வகுப்பு எல்லைகளைக் கருதுவதன் மூலம் வகுப்பின் பருமனைக் காண்க.

   iv. 60 - 69 வகுப்பாயிடையின் உண்மை எல்லைகளைக் கருதுவதன் மூலம் வகுப்பின் பருமனைக் காண்க.

   v. 60 - 69 வகுப்பின் நடுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

2. கீழே காட்டப்பட்டுள்ள வகுப்பாயிடைகளின் நடுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.
   (i) 5 - 9, 10 - 14, 15 - 19, 20 - 24, 25 - 29, 30 - 34
   (ii) 3.5 - 8.5, 8.5 - 13.5, 13.5 - 18.5, 18.5 - 23.5, 23.5 - 28.5

இலவச விநியோகத்திற்காக

3. கீழே காட்டப்பட்டுள்ள கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடிறன் பரம்பலை உண்மை எல்லைகள் வகுப்புகளின் நடுப் பெறுமானங்கள் உள்ளடங்கியதாக எழுதுக.

வகுப்பாயிடை	15 - 19	20 - 24	25 - 29	30 - 34	35 - 39	40 - 44
மீடிறன்	05	08	18	12	07	04

28.4 கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடிறன் பரம்பல் ஒன்றின் ஆகார வகுப்பும் இடைய வகுப்பும்

(A) ஆகார வகுப்பு

தரப்பட்டுள்ள ஒரு கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடிறன் பரம்பலின் மீடிறன் நிரலில் கூடிய பெறுமானத்திற்கு ஒத்ததாக உள்ள வகுப்பு ஆகார வகுப்பு எனப்படும். (யாதாயினுமொரு பரம்பலில் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட ஆகார வகுப்புகளும் இருக்கலாம்)

உதாரணம் : பின்வரும் எண் பரம்பலைக் கவனிக்க.

வகுப்பாயிடை	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60
மீடிறன்	08	15	20	17	06

இங்கு 20 என்னும் கூடிய மீடிறனையுடைய 30 - 40 வகுப்பு ஆகார வகுப்பாகும்.

(B) இடைய வகுப்பு

ஒரு கூட்டமாக்கப்பட்ட எண் பரம்பலில் மொத்த மீடிறனில் சரிமத்தியில் அமைந்துள்ள பெறுமானம் இடையமாகும். இப்பெறுமானத்துக்குரிய வகுப்பு இடைய வகுப்பாகும்.

இடைய வகுப்பின் அமைவிடம் $= \left[\dfrac{\text{மொத்த மீடிறன்}}{2}\right]$ ஆம் ஈட்டு அமையும் வகுப்பாகும்.

உதாரணம் 28.2

கீழே காட்டப்பட்டுள்ள மீடிறன் பரம்பலின் இடைய வகுப்பின் அமைவிடத்தைக் காண்போம்.

வகுப்பாயிடை	மீடிறன்
10 - 20	08
20 - 30	15
30 - 40	20
40 - 50	17
50 - 60	06
	66

8 + 15 + 10

மொத்த மீடிறனை இரண்டால் வகுப்பதன் மூலம் பெறப்படும் பெறுமானத்துக்குச் சமனான பெறுமானம் மீடிறன் நிரலில் முதலிலிருந்து எத்தனை மீடிறன்களைக் கூட்டும்போது பெறப்படும் என்பதைக் காண்க. இப்பெறுமானத்துக்கு ஒத்த வகுப்பு இடைய வகுப்பாகும்.

இடைய வகுப்பின் அமைவிடம் $= \dfrac{\text{மொத்த மீடிறன்கள்}}{2}$ ஆம் ஈட்டு அமையும் வகுப்பாகும்.

$= \dfrac{66}{2}$ ஆம் ஈட்டு அமையும் வகுப்பாகும்

= 33 ஆம் ஈட்டு அமையும் வகுப்பாகும்

எனவே இடைய வகுப்பு = 30 - 40 ஆகும்.

(C) இடை

முன்னைய வகுப்பில் மீடிறன் பரம்பல் ஒன்றை உபயோகித்து $\dfrac{\sum fx}{\sum f}$ இன் மூலம் இடையைக் காண்பது பற்றிக் கற்றுள்ளீர்கள்.

இங்கு கூட்டமாக்கப்பட்ட ஒரு மீடிறன் பரம்பலின் இடையைக் காண்பதற்கும் மேற்குறித்த சூத்திரத்தையே கவனத்தில் கொள்கிறோம். ஆயினும் இங்கு (x) இற்கான ஒரு குறித்த பெறுமானம் இல்லை. மாறாக வகுப்பாயிடையே உள்ளது. நடுப் பெறுமானத்தை x எனக் கொள்வோம். மொத்த ஈட்டுகளையும் வகுப்பு வகைகுறிக்கிறது எனக் கொள்வோம். எனவே இவ்வகுப்பாயிடையின் நடுப் பெறுமானத்தை (x) உரிய தரவாகக் கருதிக் கூட்டமாக்கப்பட்ட ஒரு தரவுப் பரம்பலின் இடை $\dfrac{\sum fx}{\sum f}$ எனக் கணிக்கப்படுகின்றது என்பதை விளங்கிக் கொள்ள வேண்டும். ஆயினும் சில சந்தர்ப்பங்களில் ஒரு வகுப்பிலுள்ள எல்லாத் தரவுகளும் மேல் எல்லைக்கு அல்லது கீழ் எல்லைக்கு அண்மித்ததாக இருக்கலாம். அவ்வாறான சந்தர்ப்பங்களில் கணித்துப் பெறப்படும் இடையானது உண்மை இடையிலும் வேறுபடலாம்.

உதாரணம் 28.3

100 தனியார் வாகனங்களின் ஒரு மாதத்தின் எரிபொருள் பாவனை பற்றிச் செய்யப்பட்ட ஓர் ஆய்வில் பின்வரும் தரவுகள் பெறப்பட்டன.

எரிபொருளின் அளவு (லீற்றரில்)	50 – 60	60 – 70	70 – 80	80 – 90	90 – 100
வாகனங்களின் எண்ணிக்கை (f)	20	25	30	15	10

(i) இப்பரம்பலின் ஆகார வகுப்பு யாது?
(ii) இப்பரம்பலின் இடைய வகுப்பைக் காண்க.
(iii) ஒரு மாதத்தில் ஒரு வாகனம் பயன்படுத்திய எரிபொருளின் இடையைக் காண்க.

(i) ஆகார வகுப்பு $= 70 – 80$

(ii) இடைய வகுப்பு $= \frac{100}{2}$ ஆவது ஈட்டின் அமைவிடத்திலுள்ள வகுப்பு
$= 50$ ஆவது ஈட்டின் அமைவிடத்திலுள்ள வகுப்பு
$= 70 – 80$

எரிபொருள் (லீற்றரில்)	வாகனங்களின் எண்ணிக்கை (f)	நடுப் பெறுமானம் (x)	$f \times x$
50 - 60	20	55	$20 \times 55 = 1100$
60 - 70	25	65	$25 \times 65 = 1625$
70 - 80	30	75	$30 \times 75 = 2250$
80 - 90	15	85	$15 \times 85 = 1275$
90 - 100	10	95	$10 \times 95 = 950$
	$\sum f = 100$		$\sum f x = 7200$

இடை $= \frac{\sum fx}{\sum f}$

$= \frac{7200}{100}$

ஒரு வாகனம் பயன்படுத்திய எரிபொருளின் இடை $= 72\ l$

பயிற்சி 28.4

1. ஒரு மாணவர் குழுவினர் 40 புள்ளிகளுக்காக வழங்கப்பட்ட ஒரு பரீட்சையில் பெற்றுக் கொண்ட புள்ளிகள் தொடர்பான மீடிறன் பரம்பல் கீழே அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ளது.

புள்ளிகள்	நடுப் பெறுமானம் (x)	மீடிறன் (f)	நடுப் பெறுமானம் × மீடிறன் $(x) \times (f)$
1 - 5	3	03	09
6 - 10	8	06	48
11 - 15	13	08	—
16 - 20	—	10	180
21 - 25	—	15	—
26 - 30	—	10	—
31 - 35	—	05	—
36 - 40	—	03	—
	மொத்தம்	$\sum f =$	$\sum fx =$

இவ்வட்டவணையை உமது பயிற்சிக் கொப்பியில் பிரதி செய்க.

(i) குழுவிலுள்ள மாணவரின் மொத்த எண்ணிக்கை யாது?
(ii) எப்புள்ளி வீச்சில் கூடுதலான மாணவர்கள் புள்ளி பெற்றுள்ளனர்?
(iii) புள்ளிப் பரம்பலின் இடைய வகுப்பைக் காண்க.
(iv) ஒரு மாணவனின் இடைப் புள்ளியைக் கணிக்க.
(v) 26 புள்ளியிலும் குறைவாகப் பெற்றுள்ள மாணவரின் சதவீதத்தைக் கணிக்க.

2. ஒரு கூடையில் இருந்த 50 தோடம்பழங்களின் நிறைகள் (கிராம்களில்) பற்றிய தகவல்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

115	90	184	92	106	129	107	99	186	107
76	140	113	81	136	164	131	204	120	82
109	160	171	65	93	107	180	140	84	139
123	170	187	119	100	80	95	115	115	118
100	110	115	180	208	123	128	98	82	125

(i) மேலேயுள்ள தகவல்களை 60 - 80, 80 - 100, 100 - 120, ----- என 8 வகுப்பாயிடைகளில் உள்ளடக்கிக் கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடிறன் பரம்பல் ஒன்றைத் தயாரிக்க.
(ii) கூடுதலான தோடம்பழங்களைக் கொண்ட வகுப்பு எது?
(iii) இடைய வகுப்பைக் காண்க.
(iv) ஒரு தோடம்பழத்தின் இடை நிறையைக் காண்க.

3. ஒரு மரதன் ஓட்டப் போட்டியில் கலந்து கொண்ட 50 வீரர்கள் ஓடிமுடிக்க எடுத்த நேர ஆயிடைகளும் அவ்வாயிடைகளில் அடங்கும் வீரர்களின் எண்ணிக்கையும் கீழேயுள்ள பரம்பலில் காட்டப்பட்டுள்ளன.

நேரம் (நிமிடங்களில்)	15-18	19-22	23-26	27-30	31-34	35-38	39-42	43-46	47-50
வீரர்களின் எண்ணிக்கை (மீடிறன்)	03	08	09	11	04	02	05	06	02

(i) ஒரு வீரர் ஓடிமுடிக்க எடுத்த இடை நேரத்தைக் கிட்டிய முழு எண்ணில் காண்க.

(ii) போட்டியில் முதலாம், இரண்டாம், மூன்றாம் இடங்களைப் பெற்ற மூவருக்கும் முறையே ரூபா 10000, ரூபா 7000, ரூபா 5000 வீதம் பரிசு வழங்கப்பட்டது. மூவரும் தவிர 30 நிமிடங்களில் அல்லது அதற்குக் குறைந்த நேரத்தில் ஓடி முடித்த எல்லா வீரர்களுக்கும் ரூபா 2000 வீதம் பரிசளிக்கப்பட்டதாயின் போட்டி அமைப்பாளர்கள் பரிசுகளுக்காகச் செலவு செய்த தொகையைக் காண்க.

4. ஓர் ஆய்வில் A , B ஆகிய தொலைக்காட்சிப் பெட்டிகளின் ஆயுட்காலங்கள் பற்றிய பின்வரும் தகவல்கள் பெறப்பட்டன.

ஆயுட்காலம் (வருடத்தில்)	தொலைக்காட்சிப் பெட்டிகளின் எண்ணிக்கை	
	A வகை	B வகை
0 - 2	5	2
2 - 4	16	7
4 - 6	13	12
6 - 8	7	19
8 - 10	5	9
10 - 12	4	1

(i) A, B ஆகிய இரண்டு வகைத் தொலைக்காட்சிப் பெட்டிகளுக்கும் ஆகார வகுப்பு, இடைய வகுப்பு ஆகியவற்றைக் கணிக்க.

(ii) A, B ஆகிய இரண்டு வகைத் தொலைக்காட்சிப் பெட்டிகளுக்கும் இடை ஆயுட் காலத்தை வெவ்வேறாகக் கணிக்க.

(iii) இடை ஆயுட் காலத்தை மாத்திரம் கருத்தில் கொண்டு எவ்வகையான தொலைக்காட்சிப் பெட்டியை வாங்குவது பொருத்தமானது என நீர் கருதுவீர்?

5. ஒரு நிறுவனத்திலுள்ள 70 தொழிலாளர்களின் நாளாந்த வருமானம் பற்றிய தகவல்கள் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளன.

நாளாந்த வருமானம் (ரூபா)	தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கை
600 - 700	05
700 - 800	08
800 - 900	14
900 - 1000	20
1000 - 1100	12
1100 - 1200	07
1200 - 1300	04

(i) ஒரு தொழிலாளியின் நாளாந்தச் சராசரி வருமானத்தைக் கணிக்க.

(ii) கூடிய எண்ணிக்கையிலான தொழிலாளர்கள் எவ்வீச்சில் சம்பளம் பெறுகின்றனர்?

(iii) ஒரு தொழிலாளியின் நாளாந்தச் சராசரி வருமானத்துடன் தற்போது ஒரு தொழிலாளி பெறும் இடை வருமானத்தின் 20% ஐக் கூட்ட வேண்டும் எனத் தீர்மானிக்கப்பட்டுள்ளதாயின், இதற்கென நிறுவனத்துக்குத் தேவைப்படும் மேலதிக பணத்தைக் கணிக்க.

(iv) மேற்படி தீர்மானத்தை நடைமுறைப்படுத்தினால் ஒரு தொழிலாளியின் புதிய இடை வருமானத்தைக் காண்க.

6. குறித்த ஒரு பாடசாலையில் தரம் 9 இல் A, B ஆகிய இரண்டு சமாந்தர வகுப்புகளில் முறையே 35, 40 மாணவர் உள்ளனர். மூன்றாந் தவணை இறுதியில் வகுப்பு A யில் கணித பாடத்துக்கான மாணவரின் சராசரிப் புள்ளி 49 உம் வகுப்பு B யில் சராசரிப் புள்ளி 53 உம் ஆகும். தரம் 9 இலுள்ள ஒரு மாணவனின் கணித பாடச் சராசரிப் புள்ளியைக் கணிக்க.

7. ஒரு பாடசாலையில் நடைமுறைப்படுத்தப்படும், A, B ஆகிய இரண்டு வங்கிகளின் சேமிப்புக் கணக்குகளின் எண்ணிக்கை பற்றிய தகவல்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

	வங்கி A	வங்கி B
அங்கத்தவர்களின் எணணிக்கை	600	500
ஒரு மாணவனின் மாதச் சேமிப்பின் பெறுமானம் (ரூபா)	200	250

(i) ஒவ்வொரு வங்கியிலுமுள்ள சேமிப்புகளின் மொத்தப் பணத்தைக் கணிக்க.

(ii) இரண்டு வங்கிகளிலுமுள்ள சேமிப்புகளைக் கருத்தில் கொண்டு இப்பாடசாலையிலுள்ள ஒரு மாணவனின் சேமிப்பின் சராசரிப் பெறுமானம் யாதெனக் கணிக்க.

8. ஒரு தொழிற்சாலையின் இரண்டு பிரிவுகளில் சம்பளங்களின் பரம்பல் கீழே அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ளது.

நாட் சம்பளம் (ரூபா)	பணியாளர்களின் எண்ணிக்கை	
	பிரிவு A	பிரிவு B
500 - 700	100	15
700 - 900	260	10
900 - 1100	340	17
1100 - 1300	200	30
1300 - 1500	100	18

(i) A, B ஆகிய இரண்டு பிரிவுகளுக்கும் வேறுவேறாகச் சம்பளங்களின் இடையைக் கணிக்க.

(ii) கூடிய சராசரிச் சம்பளத்தை வழங்கும் பிரிவு எது?

(iii) தொழிற்சாலையைக் கூட்டுமொத்தமாகக் கருதும்போது ஒரு பணியாளனின் சராசரிச் சம்பளத்தைக் கணிக்க.

9. ஒரு விவசாயத்திட்டத்திலுள்ள விவசாயிகளின் அரிசி, மரக்கறி ஆகிய அறுவடைகளை ஞாயிற்றுச் சந்தைக்குக் கொண்டு செல்வதற்காக 2000 kg திணிவை ஏற்றிச் செல்லக்கூடிய ஒரு வாகனத்தை உபயோகிக்கின்றனர். வாகனத்தின் சாரதி குறித்த ஒரு தினத்தில் சந்தைக்குக் கொண்டு செல்வதற்காகச் சேகரித்திருந்த அரிசி, மரக்கறிச் சாக்குகள் 50 இன் நிறைகள் பின்வருமாறு இருந்தன.

சாக்குகளின் நிறை (kg)	சாக்குகளின் எண்ணிக்கை f	நடுப் பெறுமானம் (x) kg	fx
10 - 20	08	15	120
20 - 30	10	25	250
30 - 40	15	—	—
40 - 50	10	45	450
50 - 60	07	55	—
	$\sum f =$ ____		$\sum fx =$ ____

(i) அட்டவணையிலுள்ள வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

(ii) வாகனத்தில் ஏற்றுவதற்காகச் சேகரித்திருந்த சாக்குகளின் மொத்த எண்ணிக்கை யாது?

(iii) அட்டவணையிலுள்ள தகவல்களின்படி சேகரிக்கப்பட்டுள்ள எல்லாச் சாக்குகளையும் வாகனத்தில் ஏற்ற முடியுமெனச் சாரதி கூறினார். அவர் இவ்வாறு கூறுவதற்கு அடிப்படையான காரணம் யாது?

(iv) சாரதியின் கூற்று உண்மையாகாத சந்தர்ப்பங்களும் இருக்கலாம் என்பதைக் காட்டுக.

10.

வகுப்பாயிடை	0 - 20	20 - 40	40 - 60	60 - 80	80 - 100
மீடிறன் (f)	17	p	32	24	19

மேலேயுள்ள மீடிறன் பரம்பலின் இடைப் பெறுமானம் 50 ஆகும்.

(i) நடுப் பெறுமான நிரலையும் fx நிரலையும் p சார்பாக நிரப்புக.
(ii) இடையைக் காண்பதற்காக p யிலான ஒரு சமன்பாட்டை உருவாக்குக.
(iii) சமன்பாட்டைத் தீர்த்து p யின் பெறுமதியைக் காண்க.